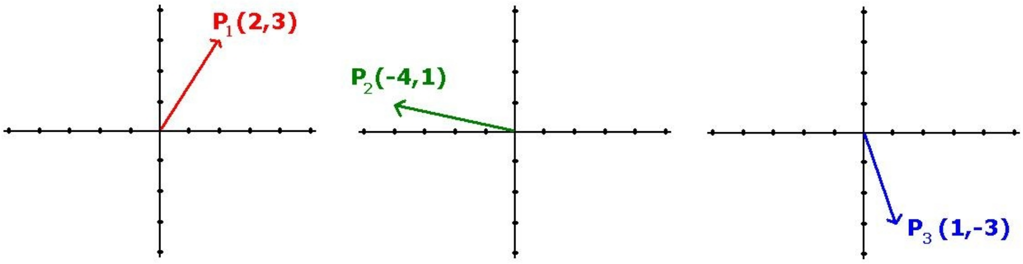
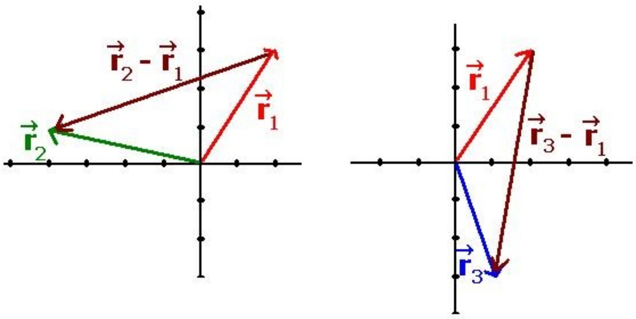
1- Dados los puntos del plano XY: $P_1(2,3)$, $P_2(-4,1)$, $P_3(1,-3)$. Determina:
a) el vector de posición y su módulo para cada uno;
b) el vector desplazamiento para un móvil que se desplaza de P_1 a P_2 y para otro que se desplaza de P_1 a P_3;
c) el ángulo que forman los vectores desplazamiento del apartado b con el eje X.

a)



$\vec r_1 = 2\vec i + 3\vec j$ $\qquad$ $\vec r_2 = -4\vec i + \vec j$ $\qquad$ $\vec r_3 = \vec i - 3\vec j$

$r_1 = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ m $\qquad$ $r_2 = \sqrt{(-4)^2 + 1^2} = \sqrt{17}$ m $\qquad$ $r_3 = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$ m



b)

P_1 a P_2:
$\vec r_2 - \vec r_1 = (-4\vec i + \vec j) - (2\vec i + 3\vec j) = -6\vec i - 2\vec j$

P_1 a P_3:
$\vec r_3 - \vec r_1 = (\vec i - 3\vec j) - (2\vec i + 3\vec j) = -\vec i - 6\vec j$

c) $-6\vec i - 2\vec j$: $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{-2}{-6}$

α = 180º+18º=198º (3r cuadrante)

$-\vec i - 6\vec j$: $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{-6}{-1}$ $\quad$ α = 180º+81º=261º (3r cuadrante)

2- El vector de posición de un móvil es: $\quad \vec r = (2t+1)\,\vec i + 3\,\vec j$
Calcula el vector de posición para t=1 s y t=3 s y el vector desplazamiento entre dichos instantes.

$\vec r = (2t+1)\,\vec i + 3\,\vec j$

t=1 s $\qquad \vec r = (2·1+1)\,\vec i + 3\,\vec j = 3\,\vec i + 3\,\vec j$ m

t=3 s $\qquad \vec r = (2·3+1)\,\vec i + 3\,\vec j = 7\,\vec i + 3\,\vec j$ m

$\Delta\vec r = (7\vec i + 3\vec j) - (3\vec i + 3\vec j) = 4\vec i$

3- Las coordenadas de un móvil vienen dadas por (SI):
x=2-t $\qquad$ $y=t^2$ (SI)
Calcula: a) la posición para t=0 y t=2 s. b) el módulo del vector desplazamiento entre estas posiciones; c) Determina la ecuación de la trayectoria en unidades SI.

a) $\quad$ t= 0 s $\quad$ x = 2 - 0 = 2 m $\quad$ $y = 0^2 = 0$ m $\quad$ $\vec r = 2\vec i$

t= 2 s $\quad$ x = 2 - 2 = 0 m $\quad$ $y = 2^2 = 4$ m $\quad$ $\vec r = 4\vec j$

b) $\Delta\vec{r} = (4\vec{j}) - (2\vec{i}) = -2\vec{i} + 4\vec{j}$ m $\Delta r = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$ = 4,47 m

c) x=2-t $y=t^2$

t = 2 - x $y = (2-x)^2$

4- El vector de posición de un móvil es $\vec{r}=5\vec{i}-4\vec{j}$ m en un instante determinado y, 5 s más tarde, es $\vec{r}=10\vec{i}+4\vec{j}$ m. Calcula el vector velocidad media en este intervalo, su módulo y el ángulo que forma dicho vector con el eje X.

$\Delta\vec{r} = (10\vec{i} + 4\vec{j}) - (5\vec{i} - 4\vec{j}) = 5\vec{i} + 8\vec{j}$ $\vec{v}_m = \frac{5\vec{i} + 8\vec{j}}{5} = \vec{i} + 1{,}6\vec{j}$ m/s

$v_m = \sqrt{1^2 + 1{,}6^2} = 1{,}89$ m/s $tg\alpha = 1{,}6/1 \Rightarrow \alpha = 58^o$

5- El vector de posición de un móvil es: $\vec{r}=(3t^2+1)\vec{i}+2t\vec{j}$ (SI).
Calcula: a) el vector velocidad instantánea en función del tiempo; b) los vectores velocidad instantánea y sus módulos para t=0 y t=2 s; c) el ángulo que forman entre sí los vectores que has determinado en el apartado b.

$\vec{r} = (3t^2 + 1)\vec{i} + 2t\vec{j}$ $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 6t\vec{i} + 2\vec{j}$ m/s

t=0 s: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 6\cdot 0\,\vec{i} + 2\vec{j} = 2\vec{j}$ m/s $v = \sqrt{0^2 + 2^2} = 2$ m/s

t=2 s: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 6\cdot 2\,\vec{i} + 2\vec{j} = 12\vec{i} + 2\vec{j}$ m/s $v = \sqrt{12^2 + 2^2} = 12{,}2$ m/s

Para t=0 la velocidad va en la dirección positiva del eje Y

Para t=2: $tg\alpha = 2/12 \Rightarrow \alpha = 9^o$ con el eje X

Esto es: φ = 90º- 9º = 81º

6- La velocidad de un móvil en un instante determinado es $\vec{v}=-2\vec{i}-2\vec{j}$ m/s y dos segundos después es $\vec{v}=4\vec{i}+10\vec{j}$. Calcula el vector aceleración media entre estos instantes y su módulo. R: $3\vec{i}+6\vec{j}$ m/s², 6,7 m/s²

$\Delta\vec{v} = (4\vec{i} + 10\vec{j}) - (-2\vec{i} - 2\vec{j}) = 6\vec{i} + 12\vec{j}$ m/s $\vec{a}_m = \frac{6\vec{i} + 12\vec{j}}{2} = 3\vec{i} + 6\vec{j}$ m/s²

$a_m = \sqrt{3^2 + 6^2} = 6{,}71$ m/s²

7- El vector velocidad instantánea de un móvil es: $\vec{v}=(2t-1)\vec{i}+2\vec{j}$ (SI)
a) calcula para t=2 s el vector aceleración instantánea y su módulo; b) determina para t=2 s el ángulo que forman los vectores $\vec{v}$ y $\vec{a}$.

$\vec{v} = (2t - 1)\vec{i} + 2\vec{j}$ $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\vec{i}$ m/s²

t=2 s: $\vec{v} = (2\cdot 2 - 1)\vec{i} + 2\vec{j} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ m/s $\vec{a} = 2\vec{i}$ m/s²

Para la velocidad, $tg\alpha = 2/3 \Rightarrow \alpha = 34^o$

La aceleración va dirigida en el sentido positivo de X

φ = 34º

8- El vector de posición de un móvil es: $\vec{r} = 2t\,\vec{i} - (t^2-6)\,\vec{j}$ (S.I.)
Calcula: a) vector desplazamiento y velocidad media entre t=0 y t=4 s. b) Velocidad y aceleración para t= 3 s.

$$\vec{r} = 2t\vec{i} - (t^2-6)\vec{j}$$

t=0 s $\quad \vec{r} = 2\cdot 0\,\vec{i} + (0^2-6)\,\vec{j} = -6\vec{j}$ m

t=4 s $\quad \vec{r} = 2\cdot 4\,\vec{i} + (4^2-6)\,\vec{j} = 8\vec{i} + 10\vec{j}$ m

$\Delta\vec{r} = (8\vec{i} + 10\vec{j}) - (-6\vec{j}) = 8\vec{i} + 16\vec{j}$ m $\qquad \vec{v}_m = \dfrac{8\vec{i}+16\vec{j}}{4} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ m/s

$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 2\vec{i} - 2t\vec{j}$ m/s $\qquad \vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = -2\vec{j}$ m/s^2

t=3 s: $\vec{v} = 2\vec{i} - 2\cdot 3\vec{j} = 2\vec{i} - 6\vec{j}$ m/s $\qquad \vec{a} = -2\vec{j}$ m/s^2

9- Las coordenadas de un punto móvil vienen dadas por: $x=2t^2$ $\quad y=t^2-4t$.
Determina: a) vectores posición, velocidad y aceleración de la partícula; b) valores de dichos vectores para t=0; c) ángulo que forman $\vec{v}$ y $\vec{a}$ para t=0.

a) $\quad \vec{r} = 2t^2\vec{i} + (t^2-4t)\vec{j}$ m $\qquad \vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 4t\vec{i} + (2t-4)\vec{j}$ m/s

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$ m/s^2

b) $\quad \vec{r} = 2\cdot 0^2\vec{i} + (0^2 - 4\cdot 0)\vec{j} = \vec{0}$ m $\qquad \vec{v} = 4\cdot 0\vec{i} + (2\cdot 0 - 4)\vec{j} = -4\vec{j}$ m/s

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$ m/s^2

c) La velocidad forma ángulo de -90º con X

Para la aceleración: $tg\alpha = (2/4) \Rightarrow \alpha = 27º$

φ = 27º + 90º = 117º

10- El vector de posición de un móvil es $\vec{r} = At^2\,\vec{i} + Bt\,\vec{j}$, siendo A y B constantes. Para t=1 s su módulo es 5 m y la tangente del ángulo que forma la velocidad con el eje X es 3/8. Determina: a) valor de A y B; b) velocidad para t=4 s.

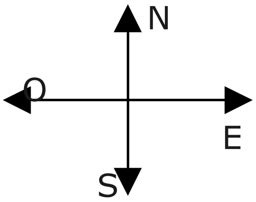
$\vec{r} = At^2\vec{i} + Bt\vec{j} \qquad \vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 2At\vec{i} + B\vec{j}$

t= 1 s: $\vec{r} = A\cdot 1^2\vec{i} + B\cdot 1\vec{j} = A\vec{i} + B\vec{j} \qquad \vec{v} = 2A\cdot 1\vec{i} + B\vec{j} = 2A\vec{i} + B\vec{j}$

$$\left.\begin{aligned}\sqrt{A^2+B^2} &= 5\\ \frac{B}{2A} &= \frac{3}{8}\end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned}A^2+B^2 &= 25\\ B &= \frac{3A}{4}\end{aligned}\right\} \qquad A^2 + \left(\frac{3A}{4}\right)^2 = 25 \qquad A^2 + \frac{9A^2}{16} = 25$$

$A = 4$: $\quad A = 4 \Rightarrow B = 3 \qquad A = -4 \Rightarrow B = -3$

11- Un avión va hacia el norte a 720 km/h y llega a una zona donde el viento le comunica una velocidad de 54 km/h. El piloto no corrige el rumbo. Determina la velocidad y el nuevo rumbo del avión si el viento sopla hacia el: a) este; b) sur; c) sureste.



720 km/h = 200 m/s $\qquad$ 54 km/h = 15 m/s

$\vec{v}_{av} = 200\,\vec{j}$ m/s

a) $\vec{v}_v = 15\,\vec{i}$ m/s

$\vec{v}_{total} = 15\,\vec{i} + 200\,\vec{j} \qquad v = \sqrt{15^2 + 200^2} = 200{,}6$ m/s

$tg\alpha = \frac{200}{15} \Rightarrow \alpha = 86^{o}$ eje X, 4º con N

b) $\vec{v}_v = -15\,\vec{j}$ m/s $\qquad \vec{v}_{total} = -15\,\vec{j} + 200\,\vec{j} = 185\,\vec{j}$ m/s $\qquad v = 185$ m/s

Rumbo: eje Y

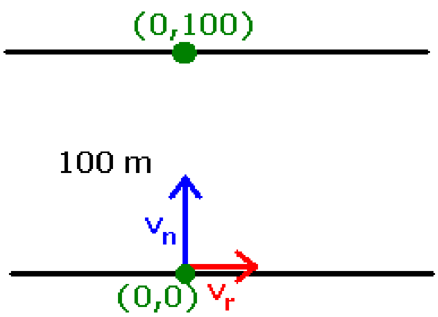
c) $v_{vx} = 15 \cos 45^{o} = 10{,}6$ m/s $\qquad v_{vy} = -15 \operatorname{sen} 45^{o} = -10{,}6$ m/s

$\vec{v}_v = 10{,}6\,\vec{i} + 10{,}6\,\vec{j}$

$\vec{v}_{total} = (10{,}6\,\vec{i} - 10{,}6\,\vec{j}) + 200\,\vec{j} = 10{,}6\,\vec{i} + 189{,}4\,\vec{j} \qquad v = \sqrt{10{,}6^2 + 189{,}4^2} = 189{,}7$ m/s

$tg\alpha = \frac{189{,}4}{10{,}6} \Rightarrow \alpha = 87^{o}$ eje X, 3º con N

12- Una barca cruza un río de anchura 100 m a 5,4 km/h respecto al agua. La velocidad del agua es 2,7 km/h. Calcula: a) velocidad de la barca respecto a tierra; b) distancia descendida en la otra orilla respecto al punto de partida; c) rumbo seguido por la barca; d) velocidad de la barca si sube o baja por el río paralela a la orilla.



a) $\vec{v}_{total} = \vec{v}_n + \vec{v}_r = 0{,}9\vec{i} + 1{,}8\vec{j}$ m/s

b) x = 0 + 0,9·t = 0,9t

y= 0 + 1,8·t = 1,8t

Orilla contraria: y = 100 m

100 = 1,8t t = 100/1,8 =55,6 s

x =0,9·55,6 = 50 m

c) Rumbo, ángulo: tgα = 1,8/0,9 ⇒ α = 63º

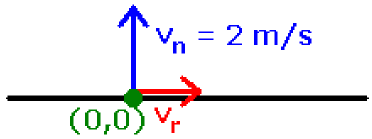
d) Baja: $\vec{v}_{total} = \vec{v}_n + \vec{v}_r = 1{,}8\,\vec{i} + 0{,}9\,\vec{i} = 2{,}7\,\vec{i}$ m/s

Sube: $\vec{v}_{total} = \vec{v}_n + \vec{v}_r = -1{,}8\,\vec{i} + 0{,}9\,\vec{i} = -0{,}9\,\vec{i}$ m/s

13- Un río tiene una anchura de 100 m. Un nadador quiere cruzarlo nadando en dirección normal a la corriente, pero va a parar 20 m más abajo. Si la velocidad del nadador respecto al agua es 2 m/s, deduce la velocidad del agua.

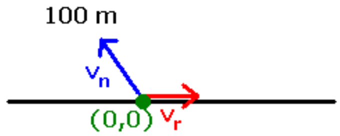
a) $\vec{v}_{total} = \vec{v}_n + \vec{v}_r = v_r\vec{i} + 2\vec{j}$ m/s

b) $x = 0 + v_r \cdot t = v_r t$
$y = 0 + 2 \cdot t = 2t$



Orilla contraria: y = 100 m   100 = 2t
t = 100/2 =50 s
$20 = v_r \cdot 50$ $v_r = 20/50 = 0{,}4$ m/s

14- Una canoa con motor fuera borda puede desarrollar una velocidad de 10 m/s. Un grupo de amigos pretende cruzar un río de anchura 160 m cuya velocidad de corriente es 2,5 m/s. Pretenden alcanzar la otra orilla justo en el punto enfrente de donde están. ¿Qué rumbo debe llevar la barca? ¿Qué tiempo tardan en cruzar el río?



$v_x = 2{,}5 - 10\cos\alpha$
$v_y = 10\,\text{sen}\alpha$

$v_x = 0 \Rightarrow 2{,}5 - 10\cos\alpha = 0$ $\alpha = 75º30'$
$v_y = 10\,\text{sen}\alpha = 9{,}68$ m/s

$y = 0 + 9{,}68t$
Orilla contraria: y = 160 m ⇨ 160 = 9,68t
t = 16,5 s

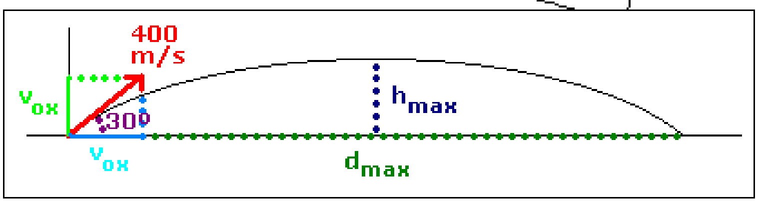
15- Un nadador cruza un río de 200 m de ancho nadando perpendicularmente a la corriente. El primer minuto nada a 1,5 m/s y resto a 1 m/s. Determina a qué punto de la orilla llega. Velocidad del agua del río: 0,2 m/s.

1ª fase: $x_0=0$ $v_x=0{,}2$ m/s $x=0{,}2t$
$y_0=0$ $v_y=1{,}5$ m/s $y=1{,}5t$
Final primera fase: $x=0{,}2\cdot 60 = 12$ m $y=1{,}5\cdot 60 = 90$ m

2ª fase: $x_0=12$ m $v_x=0{,}2$ m/s $x= 12 + 0{,}2t_2$
$y_0=90$ m $v_y=1$ m/s $y= 90 + t_2$

$200 = 90 + t_2$ $t_2 = 110$ s $x= 12 + 0{,}2\cdot 110 = 34$ m

16- Una bala de rifle sale a 400 m/s con una inclinación de 30º respecto al horizonte. Calcula: a) altura máxima que alcanza; b) tiempo que está en el aire; c) ángulo que forma la velocidad de la bala con la horizontal un segundo después del lanzamiento; d) ¿en qué punto de la bajada forma la velocidad de la bala un ángulo de 45º con la horizontal?



$x_0=0$ $v_{0x}=400\cdot\cos30º= 346{,}4$ m/s
$a_x=0$
$y_0=0$ $v_{0y}=400\,\text{sen}30º= 200$ m/s

$a_y=-9,8\ m/s^2$

$x=346,4t$ $\quad v_x=346,3\ m/s$

$y=200t-4,9t^2$ $\quad v_y=200-9,8t$

a) $v_y=0$ ⇨ $200-9,8t=0$ ⇨ $t=200/9,8=20,4\ s$

$h_{max}= 200·20,4-4,9·20,4^2 = 2040\ m$

b) Llegar al suelo: $y=0$

$200t-4,9t^2=0$ ⇨ $t=0$ Instante inicial

$t=40,8\ s$. Solución buscada

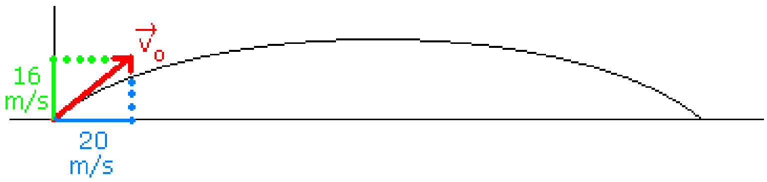
c) $t= 1\ s$: $\quad v_x=346,3\ m/s$ $\quad v_y=200-9,8·1=190,2\ m/s$

$tg\alpha = v_y/v_x = 190,2/346,3$ $\quad \alpha = 29º$

d) $\alpha = -45º$ $\quad tg\alpha = -1$ $\quad -1= v_y/v_x = \dfrac{200-9,8t}{346,3}$ $\quad t= 55,7\ s$

Nunca forma –45º puesto que sólo está en el aire 40,2 s

17- Un futbolista lanza un balón. Las componentes horizontal y vertical de v_0 son 20 m/s y 16 m/s, respectivamente. Calcula: a) tiempo que está subiendo; b) altura alcanzada; c) distancia a que debe estar otro jugador para recoger la pelota cuando llega al suelo.



$x_0=0$ $\quad v_{0x}=20\ m/s$ $\quad a_x=0$ $\quad x=20t$ $\quad v_x=20\ m/s$

$y_0=0$ $\quad v_{0y}=16\ m/s$ $\quad a_y=-9,8\ m/s^2$ $\quad y=16t-4,9t^2$ $\quad v_y=16-9,8t$

a) $v_y=0$ ⇨ $16-9,8t=0$ ⇨ $t=16/9,8=1,63\ s$

b) $y= 16t-4,9t^2 = 16·1,63-4,9·1,63^2 = 26,1\ m$

c) Llegar al suelo: $y=0$

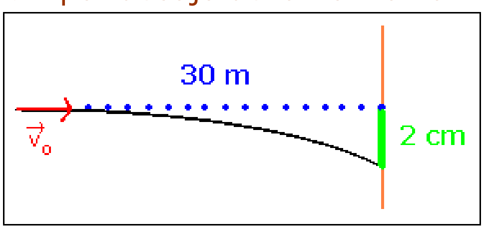
$16t-4,9t^2=0$ ⇨ $t=0$ Instante inicial

$t=3,27\ s$. Solución buscada

$x=20t = 20·3,27 = 65,4\ m$

18- Si las componentes iniciales la velocidad son v_{0x} y v_{0y}, a medida que el proyectil sube hasta alcanzar la máxima altura v_x permanece constante e igual a v_{0x}, mientras que v_y disminuye. En el punto más alto, $v_y=0$ y la velocidad toma su valor mínimo, que es v_{0x}

19- Un alumno que practica el tiro deportivo apoya su carabina y la deja perfectamente horizontal. Cuando tiene el blanco a 30 m, dispara y ve que el tiro hace impacto 2 cm por debajo de la horizontal. ¿Cuál es la velocidad de salida del proyectil?



$x_0=0$ $\quad v_{0x}$? $\quad a_x=0$ $\quad x= v_{0x}t$

$y_0=0$ $\quad v_{0y}=0$ $\quad a_y=-9,8\ m/s^2$ $\quad y=-4,9t^2$

$v_y=-9{,}8t$

$-0{,}02= -4{,}9t^2$ $\quad$ $t=0{,}0639$ s

$30= v_{0x}\cdot 0{,}0639$ $\quad$ $v_{0x}=469$ m/s

20- Un tren circula a 54 km/h cuando del techo de un vagón se desprende una bombilla. La altura del techo sobre el piso del vagón es 2,5 m. Escribe la ecuación de movimiento de la bombilla para un observador situado dentro del vagón y para otro situado a la orilla de la vía. ¿Cuál es la forma de la trayectoria que observa cada uno?

Vagón: $\quad x_0=0 \quad v_{0x}=0 \quad a_x=0$

$y_0=2{,}5 \quad v_{0y}=0 \quad a_y=-9{,}8$ m/s^2

$y=2{,}5 - 4{,}9t^2 \quad v_y= -9{,}8t$

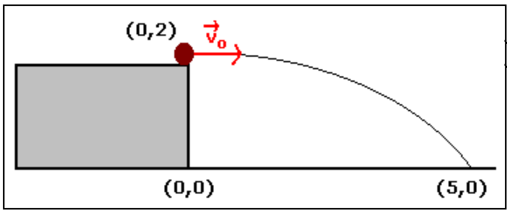
Vía: $\quad x_0=0 \quad v_{0x}=15$ m/s $\quad a_x=0$

$y_0=2{,}5 \quad v_{0y}=0 \quad a_y=-9{,}8$ m/s^2

$x = 15t \quad v_x = 15$ m/s

$y=2{,}5 - 4{,}9t^2 \quad v_y= -9{,}8t$

21- Una bola que rueda sobre una mesa horizontal de 2 m de altura sobre el suelo llega al final de la mesa y cae sobre el suelo a 5 m en horizontal medidos desde el borde de la mesa. ¿Con qué velocidad rodaba la bola sobre la mesa?



$x_0=0 \quad v_{0x}? \quad a_x=0$

$x= v_{0x}t$

$y_0=2$ m $\quad v_{0y}=0 \quad a_y=-9{,}8$ m/s^2

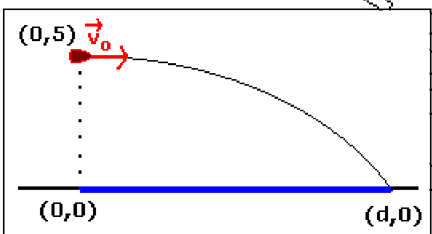
$y=2-4{,}9t^2$

$v_y=-9{,}8t$

$0= 2-4{,}9t^2 \quad t = 0{,}639$ s

$5= v_{0x}\cdot 0{,}639 \quad v_{0x}=7{,}82$ m/s

22- Se dispara horizontalmente un proyectil a 50 m/s desde un punto situado 5 m por encima de la superficie de un lago. Calcula la distancia recorrida por el proyectil hasta su inmersión y el ángulo que forma su velocidad con la horizontal al entrar en el agua.



$x_0=0 \quad v_{0x}=50$ m/s $\quad a_x=0 \quad x= 50t$

$y_0=5$ m $\quad v_{0y}=0 \quad a_y=-9{,}8$ m/s^2

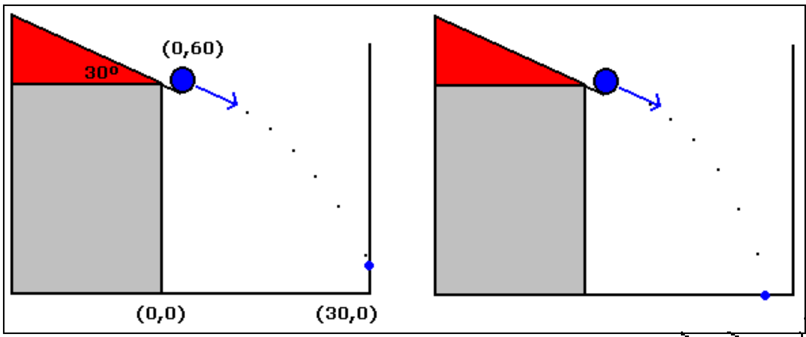
$y=5-4{,}9t^2 \quad v_y=-9{,}8t$

$0= 5-4{,}9t^2 \quad t = 1{,}01$ s

$d= 50\cdot 1{,}01 = 50{,}5$ m

$v_y = -9{,}8\cdot 1{,}01 = -9{,}9$ m/s $\quad tg\alpha = -9{,}9/50 \quad \alpha =-12º$

23- Una pelota rueda por un tejado inclinado 30º respecto a la horizontal. Al llegar al extremo queda en libertad a una velocidad de 10 m/s. El edificio tiene 60 m de alto y la anchura de la calle a la que vierte el tejado es 30 m. Determina si la pelota choca antes con la pared opuesta o con el suelo y calcula su velocidad en ese momento.



$x_0=0$ $v_{0x}=10\cos 30º= 8,66$ m/s

$a_x=0$

$y_0=60$ m $v_{0y}=-10\,sen 30º =-5$ m/s

$a_y=-9,8$ m/s²

$x = 8,66t$ $v_x = 8,66$ m/s

$y = 60 – 5t - 4,9t^2$ $v_y= -5 -9,8t$

◆ Llegar a la pared: $30 = 8,66t$ $t = 30/8,66 = 3,46$ s

$y = 60 – 5·3,46 – 4,9·3,46^2 = -16,0$ m (subterráneo)

Golpea antes el suelo

◆ Llegar al suelo: $0 = 60 – 5t - 4,9t^2$ $t = 3,03$ s

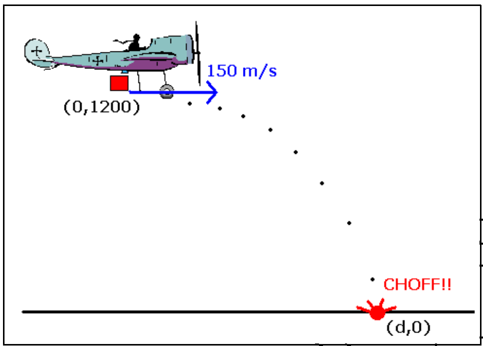
$x = 8,66·3,03 = 26,2$ m

Golpea en el suelo a 26,2 m de la pared

$v_x = 8,66$ m/s $v_y= -5 -9,8·3,03 = -34,7$ m/s

$v = \sqrt{8,66^2 + 34,7^2} = 35,8$ m/s

24- Un avión vuela horizontalmente a 1200 m de altura y 540 km/h. ¿A qué distancia de la vertical del objetivo debe soltar un paquete y a qué velocidad llega éste al suelo?



$x_0=0$ $v_{0x}=150$ m/s $a_x=0$

$y_0=1200$ m $v_{0y}=0$ $a_y=-9,8$ m/s²

$x = 150t$ $v_x= 150$ m/s

$y=1200 - 4,9t^2$ $v_y= -9,8t$

$0= 1200 - 4,9t^2$ $t = 15,6$ s

$d= 150·15,6 = 2340$ m

$v_x = 150$ m/s $v_y= -9,8·15,6 = -152,9$ m/s

$v = \sqrt{150^2 + 152,9^2} = 214,2$ m/s

25- El alcance horizontal de una piedra lanzada desde cierto punto es 82,6 m y la altura máxima a la que se ha elevado es 11,9 m. Calcula el valor de las componentes horizontal y vertical de la velocidad inicial de la piedra.

$x_0=0$ v_{0x}? $a_x=0$ $x = v_{0x}t$ $v_x= v_{0x}$

$y_0=0$ m v_{0y}? $a_y=-9,8$ m/s² $y= v_{0y}t - 4,9t^2$ $v_y= v_{0y} - 9,8t$

Método 1º: Altura máxima: $v_y = 0$ $0 = v_{0y} - 9,8t$ $t = v_{0y}/9,8$

$11,9 = v_{oy}\dfrac{v_{oy}}{9,8} - 4,9\left(\dfrac{v_{oy}}{9,8}\right)^2$ $\qquad 11,9 = \dfrac{v_{oy}^2}{9,8} - 4,9\dfrac{v_{oy}^2}{9,8^2}$ $\qquad v_{oy}$ = 15,3 m/s

Método 2º: $v_y^2 - v_{oy}^2 = 2a\Delta y$ $\qquad 0_y^2 - v_{oy}^2 = 2\cdot(-9,8)\cdot 11,9$ $\qquad v_{oy}$ = 15,3 m/s

Alcance horizontal: $y = 15,3t - 4,9t^2$ $\qquad 0 = 15,3t - 4,9t^2$ $\qquad t = 1,77$ s

$82,6 = v_{0x}\cdot 1,77$ $\qquad v_{0x} = 46,7$ m/s

26- Se lanza horizontalmente un objeto desde una ventana situada a 12 m sobre el suelo. Queremos que impacte a 40 m de distancia del pie de la ventana. ¿Con qué velocidad debe lanzarse y con qué velocidad llega al suelo?

$x_0=0$ $\qquad v_{0x}$? $\qquad a_x=0$ $\qquad x = v_{0x}t$

$y_0=12$ m $\qquad v_{0y}=0$ $\qquad a_y=-9,8$ m/s^2 $\qquad y=12 - 4,9t^2$ $\qquad v_y= -9,8t$

$0= 12 - 4,9t^2$ $\qquad t = 1,56$ s

$40= v_{0x}\cdot 1,56$ $\qquad v_{0x} = 25,6$ m/s

$v_x = 25,6$ m/s $\qquad v_y= -9,8\cdot 1,56 = -15,3$ m/s

$v = \sqrt{25,6^2 + 15,3^2} = 29,8$ m/s

27- Un futbolista chuta desde el punto de penalti hacia el centro de la portería, que está a 11 m y tiene 2,50 m de altura. La velocidad de salida de la pelota forma 37º con la horizontal. Calcula la velocidad inicial para que la pelota golpee en el larguero.

$x_0=0$ $\qquad v_{0x}= v_0\cdot\cos 37º = 0,8v_0$ $\qquad a_x=0$ $\qquad x=0,8v_0t$ $\qquad v_x=0,8v_0$

$y_0=0$ $\qquad v_{0y}= v_0\cdot\sin 37º = 0,6v_0$ $\qquad a_y=-9,8$ m/s^2 $\qquad y=0,6v_0t-4,9t^2$ $\qquad v_y=0,6v_0-9,8t$

$$\left.\begin{array}{l} 11 = 0,8v_0t \\ 2,5= 0,6v_0t - 4,9t^2 \end{array}\right\}$$

$v_0 = \dfrac{11}{0,8t}$ $\qquad 2,5 = 0,6\dfrac{11}{0,8t}t - 4,9t^2$ $\qquad 4,9t^2 = 0,6\dfrac{11}{0,8} - 2,5$

$t = 1,08$ s $\qquad v_0 = \dfrac{11}{0,8\cdot 1,08} = 12,7$ m/s

28- Un muchacho intenta pasar una piedra sobre una valla situada a 10 m de distancia. Ésta tiene una altura de 8 m sobre el punto de lanzamiento. La velocidad inicial de la piedra, 20 m/s, forma 45º con la horizontal. Determina si logrará su propósito.

$x_0=0$ $v_{0x}= 20 \cos 45º = 14,1$ m/s $a_x=0$ $x = 14,1t$

$v_x = 14,1$ m/s

$y_0=0$ $v_{0y}= 20 \sin 45º = 14,1$ m/s $a_y=-9,8$ m/s^2 $y = 14,1t - 4,9t^2$ $v_y = 14,1 - 9,8t$

Posición de la valla: $x=10$ m $10 = 14,1t$ $t = 0,709$ s

$y = 14,1 \cdot 0,709 - 4,9 \cdot 0,709^2 = 7,53$ m

NO PASA

29- Un mortero dispara un proyectil con ángulo de 53º sobre la horizontal a 60 m/s. Un tanque enemigo avanza hacia él, sobre terreno horizontal a 3 m/s. ¿Cuál debe ser la distancia mortero-tanque en el momento del disparo para alcanzarlo?

Mortero:

$x_0=0$ $v_{0x}= 60·\cos 53º = 36$ m/s $a_x=0$ $x_m=36t$

$v_{mx}= 36$ m/s

$y_0=0$ $v_{0y}= 60·\sin 53º = 48$ m/s $a_y=-9,8$ m/s^2 $y_m=48t-4,9t^2$ $v_{my}=48 -9,8t$

Tanque:

x_{t0}? $v_t= 3$ m/s $x_t = x_{t0} – 3t$

$y_m=0$ ⇨ $0 =48t-4,9t^2$ $t = 0$

$t = 9,80$ s para volver al suelo

$x_m= x_t$ 48·9,80 = x_{t0} – 3·9,80 $x_{t0} = 499,8$ m

30- Un futbolista lanza el balón con ángulo de 37º con la horizontal a 14,4 m/s. Otro jugador, situado a 30 m del primero en la dirección de la pelota, echa a correr para hacerse con ella en el instante que el primero chuta. ¿Qué velocidad constante ha de llevar para controlarla cuando se halla a 20 cm del suelo en trayectoria descendente?

Balón:

$x_0=0$ $v_{0x}= 14,4·\cos 37º = 11,52$ m/s $a_x=0$ $x_b= 11,52t$

$v_{mx}= 11,52$ m/s

$y_0=0$ $v_{0y}= 14,4 \sin 37º = 8,64$ m/s $a_y=-9,8$ m/s^2 $y_b=8,64t-4,9t^2$

$v_{my}=36 - 9,8t$

$x_b= 11,52t$ $v_{mx}= 11,52$ m/s

$0,2=8,64t-4,9t^2$ $t = 0,0235$ s cuando sube

$t= 1,74$ s cuando baja

$x = 11,52·1,74 = 20$ m

Jugador: $x = 30 – vt$ $20 = 30 – v·1,74$ $v = 5,75$ m/s

31- Desde lo alto de un acantilado de 300 m de altura se lanza una pelota con velocidad inicial de 25 m/s que forma ángulo de –30º con la horizontal. Sopla viento que comunica a la piedra una aceleración horizontal de frenado de 0,5 m/s^2. Determina el punto del mar donde cae y su velocidad en ese momento.

$x_0=0$ $v_{0x}= 25·\cos 30º = 21,6$ m/s $a_x= -0,5$ m/s^2
$y_0=300$ m $v_{0y}= -25·\sin 30º = -12,5$ m/s $a_y=-9,8$ m/s^2

$x = 21,6t – 0,25t^2$ $v_x =21,6 –0,5t$
$y = 300 – 12,5t - 4,9t^2$ $v_y =-12,5 -9,8t$

Mar: $y = 0$ $0 = 300 – 12,5t - 4,9t^2$ $t = 6,65$ s

$x = 21,6·6,65 – 0,25·6,65^2 = 132,6$ m

$v_x =21,6 – 0,5·6,65 = 17.6$ m/s $v_y = -12,5 -9,8·6,65 = -77,7$ m/s

$v = \sqrt{17,6^2 + 77,7^2} = 79,7$ m/s

32- Una moto toma una curva de radio 250 m a velocidad constante de 73,8 km/h. Determina la velocidad angular y la aceleración normal.

$v = 20,5$ m/s $\omega = v/R = 20,5/250 = 0,082$ rad/s
$a_n = v^2/R = 20,5^2/250 = 1,68$ m/s^2

33- Una rueda de 15 cm de radio se pone en movimiento con aceleración angular de 0,2 rad/s^2. Calcula, al cabo de 10 s, la aceleración tangencial y la aceleración normal.

$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + 0,2·10 = 2$ rad/s $v = \omega ·R = 2·0,15 = 0,3$ m/s

$a_t = \alpha ·R = 0,2·0,15 = 0,03$ m/s^2 $a_n = v^2/R = 0,3^2/0,15 = 0,6$ m/s^2

34- Una rueda de radio 25 cm, inicialmente en reposo, comienza a moverse con aceleración angular constante de modo que en 10 s un punto de su periferia recorre 10 m. Calcula: a) aceleración angular de la rueda; b) aceleración tangencial, normal y total de un punto de la periferia a los 5 s de empezar el movimiento.

a) $s = s_0 + v_0t + 1/2\ at^2$ $10= 1/2\ a·10^2$ $a = 0,2$ m/s^2

$\alpha = a/R = 0,2/0,25 = 0,8$ rad/s^2
b)
$a_t = 0,2$ m/s^2

$v = v_0 + a·t = 0 + 0,2·5 = 1$ m/s $a_n = 1^2/0,25 = 4$ m/s^2

$a_{total} = \sqrt{0,2^2 + 4^2} = 4$ m/s^2

35- Un móvil comienza a girar en una circunferencia de radio 30 cm con aceleración angular constante de 2 rad/s^2. ¿Qué ángulo habrá girado cuando las aceleraciones tangencial y normal tengan el mismo módulo?

$a_t = \alpha ·R = 2·0,3 = 0,6$ m/s^2

$0,6 = v^2/0,3$ $v = 0,424$ m/s

$v^2 – v_0^2 = 2·a·\Delta s$ 0,42 $4^2 – 0^2 = 2·0,6·\Delta s$ $\Delta s = 0,150$ m

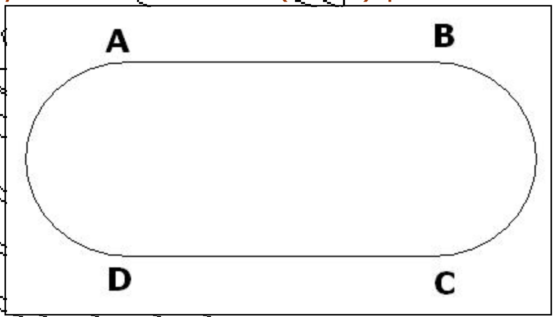
$\Delta s = R· \Delta \varphi$ $0,15 = 0,3\ \Delta \varphi$ $\Delta \varphi = 0,5$ rad

39- Un individuo, inicialmente en reposo, debe de partir de un punto y volver al mismo quedando en reposo después de realizar cuatro fases:

- la primera con aceleración tangencial y sin aceleración normal
- la segunda sin aceleración tangencial y con aceleración normal
- la tercera sin aceleración tangencial ni normal
- la cuarta con aceleración tangencial y normal

¿Podrías indicarle a nuestro amigo un camino que cumpla estos requisitos?

La primera fase, parte del reposo y con trayectoria rectilínea ($a_n=0$) y cierta aceleración ($a_t \neq 0$) alcanza una velocidad v. En la segunda fase, en un movimiento circular uniforme ($a_n \neq 0$), mantiene el módulo de la velocidad v constante ($a_t=0$) a lo largo de media circunferencia. En la tercera lleva una trayectoria rectilínea ($a_n=0$) paralela a la de la 1ª fase, en sentido contrario, a velocidad constante v ($a_t=0$), hasta el punto C. En la última fase realiza un movimiento circular ($a_n \neq 0$) del mismo radio que el de la primera fase frenando ($a_t \neq 0$) hasta que se detiene en el punto de partida A.



Existen otras soluciones igualmente válidas que cumplen las condiciones del enunciado.