

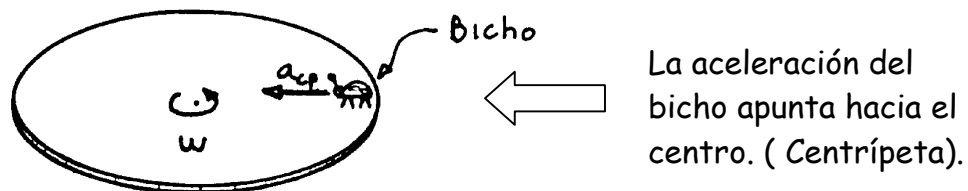
## DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

Cuando empecé con la parte de dinámica te comenté que para resolver los problemas había que plantear la 2ª ley de Newton que decía:

$$\sum F = m \cdot a$$

Ahora lo que quiero hacer es plantear esta misma ecuación para algo que se mueve con movimiento circular.

Imaginate algo que está girando, por ejemplo un bichito de luz sobre un disco. El tipo tiene aceleración centrípeta porque está dando vueltas. Eso ya lo viste antes en la parte de cinemática del movimiento circular.



Acá también vale la ecuación de Newton. El tipo tiene aplicada una fuerza sobre él que es la que hace que se mueva en círculos. Esta fuerza se llama centrípeta. Si la fuerza centrípeta no existiera, el cuerpo nunca podría moverse siguiendo una trayectoria circular. Esto es porque la 1ª ley de Newton dice que si una cosa no tiene ninguna fuerza aplicada, obligatoriamente se va a mover siguiendo una línea recta.

En el caso del bicho o de cualquier cosa que esté parada sobre un disco que gira, la fuerza centrípeta ( $f_{cp}$ ) será la fuerza de rozamiento.

Vas a entender esto mejor si mirás el diagrama de cuerpo libre:

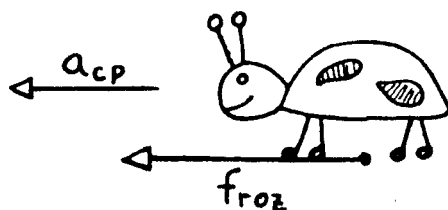


Diagrama de cuerpo libre de un objeto que está girando. La  $f_{cp}$  en este caso, es la fuerza de rozamiento. (Ojo).

**VER**

Ahora, mirando el diagrama de cuerpo libre, planteo la ecuación de Newton. La única fuerza que actúa es la centrípeta. Entonces :

$$f_{CP} = m \cdot a_{CP}$$

La  $F_{cp}$  puede ser cualquier fuerza. Por ejemplo, el peso, la tensión de la cuerda, la fuerza de un resorte o la fuerza de atracción gravitacional de Newton. ( Esta última fuerza la vamos a ver después ). Para el caso particular del bicho girando sobre el disco, la  $f_{cp}$  va a ser la fuerza de rozamiento.

En conclusión, para cualquier cosa que esté rotando, la ec. de Newton queda así:

$$\boxed{\sum f_{\text{EN DIRECCIÓN RADIAL}} = m \cdot a_{CP}}$$

← Ver

↑  
Ley de Newton para el movimiento circular

### COMO RESOLVER PROBLEMAS DE MOVIMIENTO CIRCULAR:

Para resolver problemas de dinámica del movimiento circular conviene seguir estos pasos :

- 1) Hacés el diagrama de cuerpo libre poniendo todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Sobre el diagrama también tenés que poner que la velocidad tangencial y la aceleración centrípeta. (Tenés que indicar para dónde apuntan).
- 2) De acuerdo al diagrama, planteás la ecuación de Newton para el movimiento circular.

$$\sum F_{\text{en dirección radial}} = m \cdot a_{cp}$$

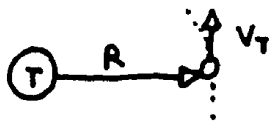
Es decir, escribís la sumatoria de las fuerzas en la dirección del radio y eso lo igualás a la masa por la aceleración centrípeta.

- 3) Reemplazás  $a_{cp}$  por  $\omega^2 R$  o por  $V_T^2 / R$  y de la ecuación que te queda despejás lo que te piden.
-

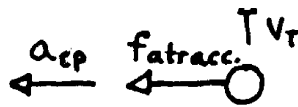
ALGUNOS CASOS QUE SIEMPRE TOMAN

Quiero que veas ahora algunos ejemplos importantes de movimiento circular. Prestale atención a los diagramas de cuerpo libre. Los diagramas que vienen ahora siempre suelen aparecer.

Cuerpo en rotación alrededor de un planeta.

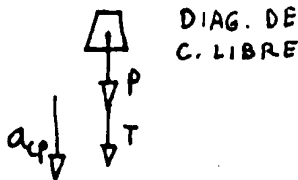
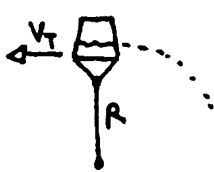


Diagrama



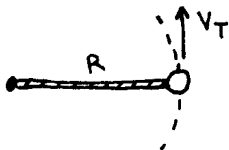
Ecuación

$$f_{ATRACC.} = m \cdot a_{CP}$$



Balde de agua que gira en un plano vertical.

Ecuación:  $P + T = m \cdot a_{CP}$



ESQUEMA VISTO DESDE ARRIBA

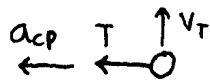


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

PIEDRA ATADA A UNA SOGA QUE SE REVOLEA EN UN PLANO HORIZONTAL.

$T = m \cdot a_{CP}$   
ECUACIÓN DE NEWTON

Hay un montón de otras situaciones de cosas que giran con movimiento circular. Pero conviene conozcas las que puse acá porque aparecen todo el tiempo.

Sí hay algo que tenés que saber: Movimiento circular no es un tema fácil de entender. El problema empieza cuando ellos te explican que cuando una cosa gira, hay una fuerza que tira para adentro llamada fuerza centrípeta. El asunto es que pese a la explicación, uno suele estar convencido de que la fuerza esa apunta para afuera y no para adentro. ( Acá empieza el lío ).

No pretendo que entiendas esto de entrada. Y no pretendo que lo entiendas de entrada porque sé que no es fácil de entender.

Entonces, lo que tenés que darte cuenta es que la idea es que sepas resolver unos 10 problemas de movimiento circular y que entiendas el concepto principal que es que la fuerza centrípeta apunta para adentro.

No me vengas ahora con que por más que yo te lo diga, igual no lo entendés. Esto le llevó siglos a la humanidad, y si vos lo querés entender bien, también te va a llevar siglos. (Bueno, siglos no, pero bastante.)

¿Te imaginás un siglo estudiando física ?

No te rías. Creo que te lo te lo conté ya. Una vez tuve una alumna que había cursado física 7 veces. ( Sí, así como lo oís: 7 veces ).

Pero bueno, te aclaré que la chica tenía problemas... Todo el mundo la conocía. Los ayudantes, los jefes, los profesores... Y claro: mas o menos había cursado en todos los horarios y en todas las sedes.

Al parecer el único que no la conocía era yo.

La cosa es que la tipa creía que había una confabulación de todos los docentes de la cátedra para no dejarla aprobar la materia. ( En serio te lo digo ). Ella estaba convencida del asunto y no había manera de sacarle esta idea de la cabeza.

En otro momento voy a comentarte cómo siguió la historia. Sólo te adelanto que finalmente Marcela aprobó, y una vez que aprobó, se fue de la facultad y no volvió nunca más.

7 veces física. ¿ No está mal, eh ?.

Y ahora disculpame que siga con movimiento circular, pero la semana que viene es el parcial.

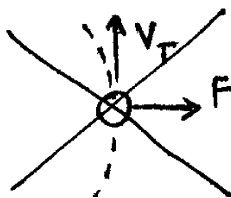
Resumiendo todo lo que dije, si vos no querés cursar física durante siglos tenés que saber que:

La fuerza resultante de todas las fuerzas que actúan sobre una cosa, que se mueve con movimiento circular uniforme, se llama fuerza centrípeta y apunta siempre hacia el centro de la circunferencia.

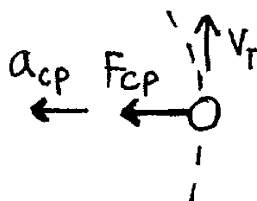
Ver



Es decir que:

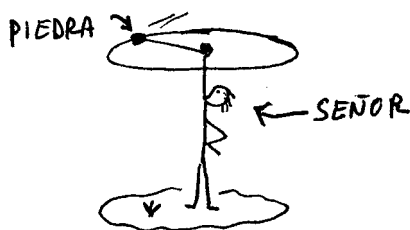


El diagrama de cuerpo libre de algo que se mueve con movimiento circular nunca puede ser algo así.



Tiene que ser siempre así. ( Es decir, con la fuerza centrípeta apuntando hacia el centro ).

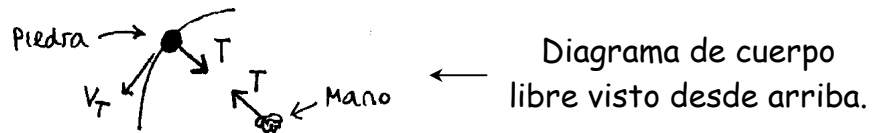
La explicación de esto es la siguiente: suponé que revoleás una piedra así:



Vos decís: al revolear la piedra, siento que ella quiere irse hacia afuera. Eso es cierto. La fuerza que el hilo ejerce sobre tu mano apunta hacia afuera. Esa es la fuerza que uno siente. Y repito, uno siente que esa fuerza va para afuera y efectivamente va para afuera. El único problema es que la fuerza que uno siente sobre la mano de uno... **NO ES LA FUERZA QUE VA EN EL DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE**!. La fuerza que va en el diagrama de cuerpo libre es la que tu mano ejerce sobre la piedra. Y esa fuerza **SÍ** apunta para adentro.

Repito. La fuerza que uno siente sobre la mano de uno existe y va para afuera. Pero no es esta fuerza la que va en el diagrama de cuerpo libre.

La fuerza que va en el diagrama es la que la mano de uno ejerce sobre la piedra. ( Y no al revés ). Esta es la fuerza que se llama fuerza centrípeta y va para adentro. El diagrama de cuerpo libre sería así:



Resumiendo, lo que tenés que entender es lo siguiente: la fuerza que vos sentís sobre tu mano sí va para afuera. Pero esa es la fuerza que actúa sobre tu mano. No sobre el cuerpo que gira. La fuerza que actúa sobre el cuerpo que gira (= la piedra) va para adentro.  
¿Tendiste?

A ver si lo ves mejor en un caso concreto. Fijate el ejemplo del colectivo que Dobra.

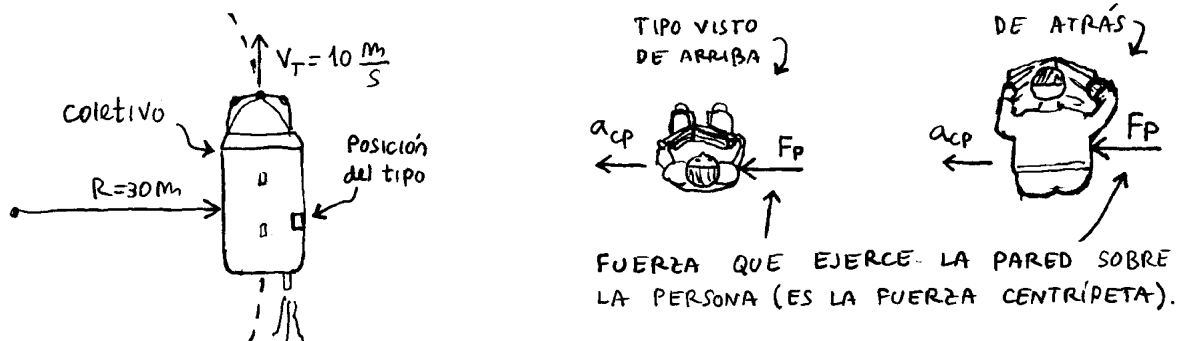
### Ejemplo

UN COLECTIVO QUE VA A 36 KM POR HORA ( 10 m/s) TOMA UNA CURVA DE RADIO 30 m. UN SEÑOR QUE VA SENTADO SE SIENTE TIRADO HACIA LA PARED. CALCULAR QUÉ FUERZA EJERCE LA PARED SOBRE EL TIPO. SUPONER QUE NO HAY ROZAMIENTO ENTRE LA PERSONA Y EL ASIENTO. DATO: MASA DEL HOMBRE: 60 Kg.

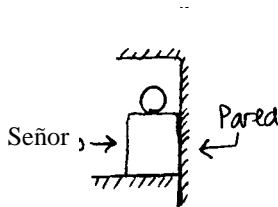
Lo que el enunciado quiere decir es lo siguiente: Cuando un colectivo dobla, toda la gente se va para el costado. Eso ya lo sabés. Lindos golpes te debés haber dado viajando en esa porquería de colectivos.

Un tipo que está sentado, también siente que se va contra la ventanilla y que se pega a la pared.

Hagamos unos dibujitos que describan un poco mejor lo que pasa:



Voy a simplificar todos estos dibujitos complicados haciendo los diagramas de cuerpo libre:



Esquema del asunto visto desde atrás.

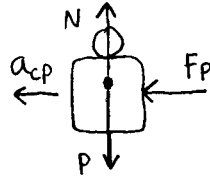


Diagrama de c. libre visto desde atrás.

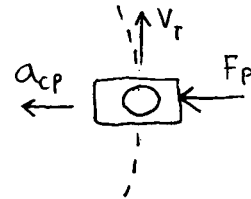


Diagrama de c. libre visto desde arriba.

Hice los diagramas del tipo visto desde arriba y desde atrás para que el asunto se entienda mejor. Planteo la ley de Newton para el movimiento circular que dice que

$$\sum F_{\text{EN DIRECCIÓN DEL RADIO}} = m \cdot a_{CP}$$

En este caso hay una sola fuerza en dirección radial que es la que la pared ejerce sobre la persona. Es decir acá, ésta es la fuerza centrípeta. Por otro lado la aceleración centrípeta vale "ve cuadrado sobre erre". Planteo:

$$F_{CP} = m \cdot \frac{v_T^2}{R}$$

$$F_{CP} = 60 \text{ Kg} \cdot \frac{(10 \text{ m/s})^2}{30 \text{ m}}$$

$$\Rightarrow F_{CP} = 200 \text{ N} \quad \leftarrow \text{ Fuerza que ejerce la pared}$$

Pongámonos de acuerdo. Esta fuerza que calculé es la que la pared ejerce sobre el tipo. Es la fuerza que lo está obligando a seguir una trayectoria curva. Si esta fuerza no existiera, el tipo se movería en línea recta.

Por otro lado, el tipo ejerce sobre la pared una fuerza igual y contraria.

Podés comprobar lo que plantea este problema yendo a dar una vuelta en colectivo.

Pero todo lo que tenés que entender con este ejemplo es que un tipo que va en un colectivo, efectivamente se siente tirado hacia afuera, pero la fuerza que sobre él actúa apunta hacia adentro.

### Otro ejemplo

Un señor revolea una piedra en un plano vertical haciéndola dar 1 vuelta por segundo. Calcular:

- La tensión de la cuerda cuando la piedra está en la parte de arriba.
- La tensión en la cuerda cuando la piedra está en la parte de abajo.
- ¿Cuál es la velocidad de rotación mínima para que la piedra pueda girar sin que la cuerda se afloje? Datos:  $m_p = 100g$ ;  $R_{hilo} = 1\text{ m}$ .

Dibujemos al hombre revoleando la piedra :

$$f = \frac{1 \text{ vuelta}}{\text{seg}}$$

$$m = 0,1 \text{ Kg}$$

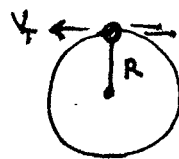
$$R = 1 \text{ m}$$



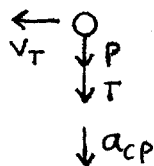
← EL TIPO HACE GIRAR LA PIEDRA

Para saber cuánto vale la tensión en la cuerda tengo que hacer el diagrama de cuerpo libre. Vamos primero a la parte de arriba.

a) Tensión en la parte superior.



↑  
ESQUEMA



↑  
DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

$$\sum F_{\text{EN DIR. RADIAL}} = m \cdot a_{cp}$$

$$P + T = m a_{cp}$$

↑  
ECUACIÓN DE NEWTON

Fijate que sobre el cuerpo actúan 2 fuerzas: el peso y la tensión de la cuerda. ¿Cuál de las dos es la centrípeta?

Pensemos un poco. A ver:



Rta: Ninguna de las dos. La suma de las 2 es la fuerza centrípeta. La fuerza centrípeta es siempre la resultante (= la suma) de las fuerzas que actúan en la dirección del radio.

Entonces, despejando T de la ecuación  $P + T = m \cdot a_{CP}$  :

$$T = m \cdot a_{CP} - P$$

$$\Rightarrow T = m \cdot \omega^2 \cdot R - m \cdot g$$

Me dicen que la piedra da 1 vuelta por segundo. Eso quiere decir que la frecuencia vale  $f = 1 \cdot 1/\text{seg}$ .

Como  $\omega = 2\pi \cdot f$ , la velocidad angular será  $\omega = 2\pi \cdot (1/\text{seg})$ . La masa de la piedra es 0,1 Kg, el radio de la trayectoria es 1m. Si tomo  $g = 10 \text{m/s}^2$  me queda:

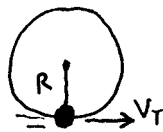
$$T = 0,1 \text{ Kg} \cdot \left(2\pi \cdot \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot 1 \text{ m} - 0,1 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow T = 2,94 \text{ N}$$

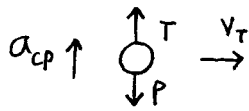
← Tensión cuando la piedra está arriba.

b) Tensión en la parte inferior.

Cuando la piedra pasa por la parte de abajo el asunto queda así:



ESQUEMA



DIAGRAMA

$$T - P = m \cdot a_{CP}$$

ECUACIÓN DE NEWTON.

Despejando T y haciendo las cuentas con los datos anteriores:

$$T = m \cdot a_{CP} + P$$

Esta cuenta es la misma que hice para el punto a) pero tengo que sumar el peso en vez de restarlo. Eso da:

$$T_{\text{ABAJO}} = 4,94 \text{ N}$$

← Tensión en la parte inferior.

c) - Velocidad angular mínima para que la cuerda no se afloje.

Bueno, esta es la pregunta del millón. Acá hay que pensar. Fijate. Si el tipo empieza a revolear la piedra más despacio, va a haber un momento en que, al llegar a la parte de arriba, el hilo va a dejar de estar tenso.

Es decir, pasaría esto:



La tensión en el punto a) me dio 2,94 N. Si  $\omega$  empieza a disminuir, la tensión también va a disminuir. Va a llegar un momento en que la tensión va a ser cero. Eso es lo que estoy buscando. En ese momento la cuerda se va a empezar a aflojar.

Entonces lo que tengo que hacer es agarrar la ecuación que planteé para el caso a), poner  $T = 0$  y despejar la velocidad angular.

Veamos.

La ecuación para la piedra en la parte de arriba era:

$$P + T = m \cdot a_{CP}$$

Pero como T vale cero:  $\Rightarrow P = m \cdot a_{CP}$

Ahora, P es mg, y la aceleración centrípeta es  $\omega^2 \cdot R$ , entonces:

$$\cancel{m} g = \cancel{m} \cdot \omega^2 \cdot R$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

$$\Rightarrow \omega_{MÍN} = \sqrt{\frac{10 \text{ m/s}}{1 \text{ m}}}$$

$$\Rightarrow \omega_{MÍN} = \underline{3,16 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}}$$

← Velocidad angular de la piedra.

Esta es la velocidad angular mínima que tiene que tener la piedra para que la cuerda no se afloje cuando la cosa llegue a la parte de arriba.

Pasando esto a vueltas por segundo:

$$\omega = 2\pi \cdot f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{\omega}{2\pi} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{3,16}{2\pi} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{f = 0,5 \frac{\text{vueltas}}{\text{seg}}} \quad \leftarrow \quad \begin{array}{l} \text{FRECUENCIA MINIMA PARA QUE} \\ \text{LA CUERDA NO SE AFLOJE CUANDO} \\ \text{LA PIEDRA LLEGA ARRIBA.} \end{array}$$

Atención con este problema. Es importante y muchas veces suelen tomar cosas parecidas.

---

Fin Teoría de Dinámica del movimiento circular.  
Próximo tema: Ley de Hooke.